

Часть 1

1 Сколько цифр, не равных нулю, содержится в троичной записи числа 29?

Ответ: _____

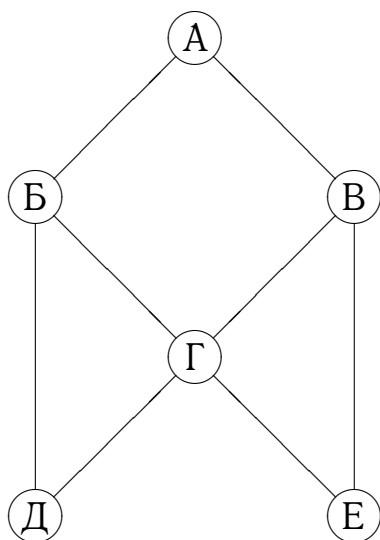
2 Логическая функция f задаётся выражением $f(x, y, z) = \neg x \wedge (y \rightarrow z)$. Ниже приведён фрагмент таблицы истинности функции f . Определите, какому столбцу таблицы истинности функции f соответствует каждая из переменных x, y, z .

Переменная 1	Переменная 2	Переменная 3	Функция
???	???	???	f
1	0	1	1
0	0	1	0

В ответе напишите буквы x, y, z в том порядке, в котором идут соответствующие им столбцы (сначала — буква, соответствующая первому столбцу, затем — буква, соответствующая второму столбцу, и т. д.).

Ответ: _____

3 На рисунке схема дорог некоторого района изображена в виде графа, в таблице содержатся сведения о длине этих дорог.



	П1	П2	П3	П4	П5	П6
П1		4		5	3	
П2	4					4
П3					7	5
П4	5				4	
П5	3		7	4		2
П6		4	5		2	

Так как таблицу и схему рисовали независимо друг от друга, нумерация населённых пунктов в таблице никак не связана с буквенными обозначениями на графе. Определите длину дороги от пункта В до пункта Е.

Ответ: _____

4 В фрагменте базы данных представлены сведения о российских монархах из дома Романовых. На основании приведённых данных определите количество внуков Петра I, правивших Россией после 1730 года.

Таблица 1

ID	Тронное имя	Пол	Годы правления
1	Александр I	м	1801—1825
2	Александр II	м	1855—1881
3	Александр III	м	1881—1894
4	Алексей Михайлович	м	1645—1676
5	Алексей Петрович	м	—
6	Анна Иоанновна	ж	1730—1740
7	Анна Леопольдовна	ж	—
8	Анна Петровна	ж	—
9	Екатерина I	ж	1725—1727
10	Екатерина II	ж	1762—1796
11	Екатерина Иоанновна	ж	—
12	Елизавета Петровна	ж	1741—1762
13	Иван V Алексеевич	м	1682—1696
14	Иван VI Антонович	м	1740—1741
15	Михаил Фёдорович	м	1613—1645
16	Николай I	м	1825—1855
17	Николай II	м	1894—1917
18	Павел I	м	1796—1801
19	Пётр I	м	1682—1725
20	Пётр II	м	1727—1730
21	Пётр III	м	1762—1762
22	Фёдор III Алексеевич	м	1676—1682

Таблица 2

ID_родителя	ID_ребёнка
15	4
13	11
13	6
11	7
4	22
4	13
7	14
19	5
19	12
4	19
19	8
9	12
9	8
3	17
5	20
18	1
18	16
8	21
10	18
21	18
16	2
2	3

Ответ: _____

5 По каналу связи передаются сообщения, содержащие только буквы А, Б, В, Г, Д. Для передачи используется префиксный двоичный код; для букв А, Б, В используются такие кодовые слова: А — 00, Б — 1000, В — 1001. Какова наименьшая возможная суммарная длина всех кодовых слов?

Ответ: _____

6 Автомат получает на вход четырёхзначное десятичное число, в котором все цифры разные. По этому числу строится новое число по следующим правилам.

- 1) Вычисляются сумма наибольшей и наименьшей цифр, а также сумма оставшихся цифр.
- 2) Полученные суммы записываются в порядке невозрастания (без разделителей).

Пример. Исходное число: 1263. $1 + 6 = 7$; $2 + 3 = 5$. Результат: 75.

Укажите **наименьшее** число, при обработке которого автомат выдаёт результат **117**.

Ответ: _____

7 Ячейки диапазона A1:C3 электронной таблицы имеют значения, как показано на рисунке ниже.

	A	B	C	D
1	1	=2*D1+C\$3	5	
2		4	7	
3	1	1	9	
4				

Чему станет равно значение в ячейке A2, если в неё скопировать формулу из ячейки B1?

Ответ: _____

8 Запишите число, которое будет напечатано в результате выполнения следующей программы.

Паскаль	C++
<pre> var a, b : integer; begin a := 50; b := 4; while a >= 10 do begin a := a - 2; b := b + 3; end; write(b) end.</pre>	<pre> #include <iostream> int main() { int a = 50, b = 4; while (a >= 10) { a -= 2; b += 3; } std::cout << b; }</pre>

Бейсик	Python
<pre> DIM A, B AS INTEGER A = 50 : B = 4 WHILE A >= 10 A = A - 2 : B = B + 3 WEND PRINT B </pre>	<pre> a, b = 50, 4 while a >= 10 : a -= 2 b += 3 print(b) </pre>

Ответ: _____

9 Определите используемую глубину цвета (в битах на пиксель), если известно, что для кодирования изображения размером 8192×4096 пикселей потребовалось 0,125 Гбайт (сжатие не производилось).

Ответ: _____

10 Сколько существует различных символьных последовательностей длины 4, состоящих из символов алфавита $\{A, B, C\}$, в которых буква A может встречаться только в первой половине слова или не встречаться вообще?

Ответ: _____

11 Ниже на четырёх языках записаны рекурсивные алгоритмы F и G .

Паскаль	C++
<pre> function F(n : integer) : integer; begin if n > 2 then F := F(n - 1) + G(n - 2) else F := 1 end; function G(n : integer) : integer; begin if n > 2 then G := F(n - 2) + G(n - 1) else G := 1 end; </pre>	<pre> int F(int n) { if (n > 2) return F(n - 1) + G(n - 2); else return 1; } int G(int n) { if (n > 2) return F(n - 2) + G(n - 1); else return 1; } </pre>

Бейсик	Python
<pre>FUNCTION F(N) IF N>2 THEN F=F(N-1)+G(N-2) ELSE F=1 END IF END FUNCTION FUNCTION G(N) IF N>2 THEN G=F(N-2)+G(N-1) ELSE G=1 END IF END SUB</pre>	<pre>def F(n): if n>2: return F(n-1)+G(n-2) else: return 1 def G(n): if n>2: return F(n-2)+G(n-1) else: return 1</pre>

Чему будет равно значение, вычисленное при выполнении вызова F(7)?

Ответ: _____

12 Для узла с IP-адресом 111.3.81.27 адрес сети равен 111.2.0.0. Чему равно значение второго слева байта маски? Ответ запишите в виде десятичного числа.

Ответ: _____

13 При регистрации в компьютерной системе каждому пользователю выдаётся пароль, состоящий из 15 символов и содержащий только строчные и прописные буквы латинского алфавита. В базе данных для хранения сведений о каждом пользователе отведено одинаковое минимально возможное целое число байт. При этом используют посимвольное кодирование паролей, все символы кодируют одинаковым минимально возможным количеством бит. Кроме собственно пароля для каждого пользователя в системе хранятся дополнительные сведения, для чего выделено целое число байт, одно и то же для всех пользователей.

Для хранения сведений о 20 пользователях потребовалось 2,5 Кбайта. Сколько байт выделено для хранения дополнительных сведений об одном пользователе? В ответе запишите только целое число — количество байт.

Ответ: _____

14 Исполнитель Чертёжник перемещается на координатной плоскости, оставляя след в виде линии. Чертёжник может выполнять команду сместиться на (a, b) , где a, b — целые числа, которая перемещает Чертёжника из точки с координатами (x, y) в точку с координатами $(x + a, y + b)$.

Цикл

```
ПОВТОРИ число РАЗ
  последовательность команд
КОНЕЦ ПОВТОРИ
```

означает, что последовательность команд будет выполнена указанное число раз (число должно быть натуральным).

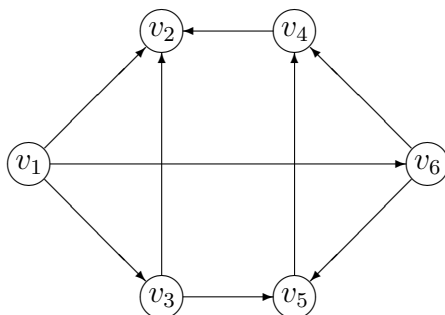
Чертёжнику был дан для исполнения следующий алгоритм:

```
НАЧАЛО
  сместиться на (15, -10)
  ПОВТОРИ n РАЗ
    сместиться на (a, -b)
    сместиться на (-1, -2)
  КОНЕЦ ПОВТОРИ
  сместиться на (-3, 28)
КОНЕЦ
```

Укажите количество возможных значений числа $n > 1$, для которого найдутся такие значения чисел a и b , что после выполнения программы Чертёжник возвратится в исходную точку.

Ответ: _____

15 На рисунке изображена схема дорог, связывающих города v_1, \dots, v_6 . По каждой дороге можно двигаться только в одном направлении, указанном стрелкой. Сколько существует различных путей из города v_1 в город v_2 ?



Ответ: _____

16 Решите уравнение $12_x + x = 12_{x+5}$.

Ответ: _____

17 В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «|», а для обозначения логической операции «И» — символ «&». В таблице приведены запросы и количество найденных по ним страниц.

Запрос	Количество страниц
<i>математика логика & комбинаторика</i>	50
<i>математика логика</i>	100
<i>математика логика комбинаторика</i>	200

Какое количество страниц будет найдено по запросу *математика | комбинаторика*?

Ответ: _____

18 На числовой прямой даны два отрезка: $P = [5, 10]$ и $Q = [12, 20]$. Укажите наименьшую возможную длину такого отрезка A , что логическое выражение

$$((x \in P) \vee (x \in Q)) \rightarrow (x \in A)$$

тождественно истинно, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной x .

Ответ: _____

19 В программе используется одномерный целочисленный массив A с индексами от 0 до 9. Значения элементов равны 1; 0; -5; 13; 2; 2; 7; 9; 2; 8 соответственно, т. е. $A[0] = 1$; $A[1] = 0$ и т. д. Определите значение переменной k после выполнения следующего фрагмента программы.

Паскаль	C++
<pre> k := 0; for i := 1 to 9 do if A[i - 1] < i then k := k + 1; </pre>	<pre> k = 0; for (i = 1; i < 10; i++) if (A[i - 1] < i) k++; </pre>

Бейсик	Python
<pre> K=0 FOR I=1 TO 9 IF A(I-1)<I THEN K=K+1 ENDIF NEXT I </pre>	<pre> k=0 for i in range(1, 10): if A[i-1]<i: k+=1 </pre>

Ответ: _____

20 Укажите **наименьшее** натуральное число x , при вводе которого будут напечатаны числа 7 и 2.

Паскаль	C++
<pre> var x, a, b: integer; begin read(x); a:=1; b:=1; while x>0 do begin a:=x mod 10*a; x:=x div 10; b:=b+1 end; writeln(a, ' ', b div 2) end. </pre>	<pre> #include<iostream> int main() { int x, a=1, b=1; std::cin>>x; while (x>0) { a*=x%10; x/=10; b++; } std::cout<<a<<" "<<b/2; } </pre>
Бейсик	Python
<pre> DIM X, A, B AS INTEGER INPUT X A=1 : B=1 WHILE X>0 A=X MOD 10 * A X=X \ 10 B=B+1 WEND PRINT A, " ", B \ 2 </pre>	<pre> x=int(input()) a=b=1 while x>0: a*=x%10 x//=10 b+=1 print(a, b//2) </pre>

Ответ: _____

21 Определите, какое число будет напечатано в результате выполнения следующего алгоритма.

Паскаль	C++
<pre> function f(x: integer) : integer; begin f := 2 * (x - 1) * (x + 2) + 1 end; var t, R: integer; begin R := f(-3); for t := -2 to 3 do if f(t) > R then R := f(t); writeln(R) end. </pre>	<pre> #include <iostream> int f(int x) { return 2 * (x - 1) * (x + 2) + 1; } int main() { int R = f(-3); for (int t = -2; t < 4; t++) if (f(t) > R) R = f(t); std::cout << R; } </pre>
Бейсик	Python
<pre> DIM T, R AS INTEGER R = F(-3) FOR T = -2 TO 3 IF F(T) > R THEN R = F(T) ENDIF NEXT T PRINT R FUNCTION F(X) F = 2 * (X - 1) * (X + 2) + 1 END FUNCTION </pre>	<pre> def f(x): return 2 * (x - 1) * (x + 2) + 1 R = f(-3) for t in range(-2, 4): if f(t) > R: R = f(t) print(R) </pre>

Ответ: _____

22 Для некоторого исполнителя, преобразующего число на экране, определены две команды:

- 1) прибавить 2;
- 2) умножить на 2.

Первая из них увеличивает число на экране на 2, вторая увеличивает это число в 2 раза. Программа для исполнителя — это последовательность команд.

Сколько существует различных чисел, которые могут быть получены этим исполнителем ровно за 5 команд при исходном числе 2?

Ответ: _____

23 Сколько существует различных наборов значений логических переменных $x_1, \dots, x_4, y_1, \dots, y_4$ при которых следующие выражения истинны?

$$\begin{aligned}(x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_2 \rightarrow x_3) \wedge (x_3 \rightarrow x_4), \\ (y_1 \equiv y_2) \wedge (y_2 \equiv y_3) \wedge (y_3 \equiv y_4), \\ x_1 \vee y_4.\end{aligned}$$

Ответ: _____

Часть 2

24 Требовалось написать программу, которая по входному натуральному числу n , не превосходящему 10^4 , определяла и печатала сумму цифр этого числа. Приведённая ниже программа содержит ошибки.

Паскаль	Си
<pre> var n, j, k : integer; begin read(n); j := 10; k := 0; while j < n do begin k := k + n div j mod 10; j := j * 10 end; write(k) end. </pre>	<pre> #include <iostream> int main() { int n, j, k; std::cin >> n; j = 10; k = 0; while (j < n) { k += n / j % 10; j *= 10; } std::cout << k; } </pre>
Бейсик	Python
<pre> DIM N, J, K AS INTEGER INPUT N J = 10 K = 0 WHILE J < N K = K + N \ J MOD 10 J = J * 10 WEND PRINT K </pre>	<pre> n = int(input()) j = 10 k = 0 while j < n : k += n // j % 10 j *= 10 print(k) </pre>

Последовательно выполните следующее.

- 1) Напишите, что выведет эта программа при вводе числа 123.
- 2) Укажите наименьшее значение входной переменной n , при котором, не смотря на ошибки, программа выведет верный ответ.
- 3) Найдите в программе все ошибки (их может быть одна или несколько). Для каждой ошибки выпишите строку, в которой она допущена, и приведите эту же строку в исправленном виде.

Достаточно указать ошибки и способ их исправления для одного языка программирования. Обратите внимание: необходимо исправить приведённую программу, а не написать свою. Требуется заменить только ошибочные строки, но нельзя удалять строки или добавлять новые. За исправления, внесённые в строки, не содержащие ошибок, баллы будут снижаться.

25 Дан массив, содержащий 2018 целых чисел. Необходимо определить количество чётных элементов этого массива, которые кратны трём. Например, в массиве из 4 элементов, равных соответственно 2; -12; 3; 0, имеется два чётных числа, кратных трём — числа -12 и 0.

Исходные данные объявлены так, как показано ниже. Запрещается использовать не описанные переменные, но допускается не использовать некоторые из них.

Паскаль	C++
<pre> const N=2018; var a : array [0..N-1] of integer; i, m : integer; begin for i := 0 to N-1 do readln(a[i]); ... end. </pre>	<pre> #include <iostream> #define N 2018 int main() { int a[N], i, m; for (i=0; i<N; i++) std::cin>>a[i]; ... return 0; } </pre>
Бейсик	Python
<pre> CONST N=2018 DIM A(N-1), I, M AS INTEGER FOR I=0 TO N-1 INPUT A(I) NEXT I ... END </pre>	<pre> # допускается также использование # целочисленной переменной m N=2018 a = [] for i in range(N) : a.append(int(input())) ... </pre>

В качестве ответа необходимо привести фрагмент программы, который должен находиться на месте многоточия. Допускается решение на другом языке программирования. В этом случае укажите название языка и используемую версию. При этом необходимо использовать те же самые исходные данные и переменные, какие были предложены в условии.

26 Два игрока, Алиса и Боб, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Алиса. За один ход игрок может добавить в кучу **один** или **два** камня или увеличить количество камней в куче в **три** раза. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 16, 17 или 45 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится **более 60**. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 61 или больше камней. В начальный момент в куче было $1 \leq S \leq 60$ камней.

Будем говорить, что игрок имеет выигрышную стратегию, если он может выиграть при любых ходах противника. Описать стратегию игрока — значит описать, какой ход он должен сделать в любой ситуации, которая ему может встретиться при различной игре противника.

Выполните следующие задания. Во всех случаях обосновывайте свой ответ.

- 1) а) Укажите все такие значения числа S , при которых Алиса может выиграть в один ход. Обоснуйте, что найдены все нужные значения S , и укажите выигрывающий ход для каждого указанного значения S .
б) Укажите такое значение S , при котором Алиса не может выиграть за один ход, но при любом ходе Алисы Боб может выиграть своим первым ходом. опишите выигрышную стратегию Боба.
- 2) Укажите 2 таких значения S , при которых у Алисы есть выигрышная стратегия, причём Алиса не может выиграть за один ход и может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Боб. Для каждого указанного значения S опишите выигрышную стратегию Алисы.
- 3) Укажите значение S , при котором:
 - у Боба есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Алисы, и
 - у Боба нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Для указанного значения S опишите выигрышную стратегию Боба. Постройте дерево всех партий, возможных при этой выигрышной стратегии Боба (в виде рисунка или таблицы).

27 Дан набор из N целых чисел. Необходимо определить количество элементов, имеющих значения не равные значению максимального элемента из этого набора.

Напишите эффективную по времени и по памяти программу для решения этой задачи. Программа считается эффективной по времени, если при увеличении количества исходных чисел N в k раз время работы программы увеличивается не более чем в k раз. Программа считается эффективной по памяти, если память, необходимая для хранения переменных программы, не превышает одного килобайта и не увеличивается с ростом N .

Описание входных и выходных данных

В первой строке входных данных задаётся количество чисел N ($1 \leq N \leq 10000$). В каждой из последующих N строк записано одно целое число, не превышающее по модулю 1000.

Пример входных данных:

5
7
-5
9
8
9

Пример выходных данных для приведённого выше примера входных данных:

3

В приведённом наборе из 5 чисел имеются три элемента — 7, -5 и 8, значения которых не равны значению максимального элемента этого набора — 9.