



**Фоксфорд**

Кружки

# Кружок по программированию на Python

## Занятие №14



# Кружок по программированию на Python

## Арифметические алгоритмы

- Решето Эратосфена
- Факторизация
- Проверка на простоту



---

# Введение

## Простые числа

- Простое число - это натуральное число, имеющее ровно два различных натуральных делителя: единицу и самого себя.
- Числа, имеющие более двух различных натуральных делителей называются составными.



# Факторизация

- Факторизация – разложение на простые множители.

Основная теорема арифметики:

- Каждое натуральное число  $n > 1$  можно представить в виде  $n = p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_k$ , где  $p_1, p_2, \dots, p_k$  – простые числа, причём такое представление единственно с точностью до порядка следования сомножителей.



# Факторизация

## Малая теорема Ферма

- Если целое число  $k$  не кратно простому числу  $p$ , то  $k^{p-1}$  дает остаток 1 при делении на  $p$ .



# Функциональное программирования

## Функции

- Функция - объект, принимающий аргументы и возвращающий значение.

```
def f(n):  
    return (n+1)*(n+1)  
def g(n):  
    return n*n
```

Для возврата нескольких значений из функции не нужно использовать несколько инструкций `return` – можно вернуть кортеж значений.



---

# Задача №1

- Проверить на простоту число 15988432769.



# Задача №1

- Проверить на простоту число 15988432769.

```
def is_prime(n):  
    i = 2  
    while i <= sqrt(n):  
        if n % i == 0:  
            return False  
        i += 1  
    return True
```





---

# Задача №2

- Найти все простые числа до номера  $N$ .



# НОД

## Алгоритм Евклида

- Алгоритм Евклида основан на последовательном использовании соотношения  $\text{НОД}(u, v) = \text{НОД}(v, u \% v)$ .
- Если  $u$  и  $v$  имеют общий делитель  $d$ , то он также является делителем остатка  $r = u \% v$ . Верно и обратное, что если  $v$  и  $r = u \% v$  делятся на некоторое число  $d$ , то на него делится  $u$ .
- Последним шагом алгоритма будет  $\text{НОД}(u, 0) = u$ .



---

# Задача №3

- Найти наибольший общий делитель чисел 9580943 и 8509485.



# Задача №3

- Найти наибольший общий делитель чисел 9580943 и 8509485.

```
def gcd(a, b):  
    if b == 0:  
        return a  
    else:  
        return gcd(b, a % b)
```



# Алгоритм быстрого возведения в степень

- Заметим, что для чётной степени  $n$  выполняется:

$$\bullet a^n = \begin{cases} a^{\frac{n}{2}} \cdot a^{\frac{n}{2}}, & n \text{ — чётное} \\ a^{n-1} \cdot a, & n \text{ — нечётное} \end{cases}$$



# Алгоритм быстрого возведения в степень

```
def power(a, n):  
    if n == 0:  
        return 1  
    elif n % 2 == 1:  
        return power(a, n - 1) * a  
    else:  
        return power(a, n // 2) ** 2
```



**Фоксфорд**  
Кружки

---

**Спасибо за внимание!**